CONCURSUL NAŢIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ
„ADOLF HAIMOVICI”
Etapa locală – 28 februarie 2015
clasa a X – a
Filiera teoretică - Profil real - Specializarea Ştiinţe ale naturii

1.
(4p) a) Să se calculeze suma:

S= $\frac{1}{1+\sqrt{2}}+\frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}}+\cdots+\frac{1}{\sqrt{1848}+\sqrt{1849}}$;

(3p) b) Să se calculeze produsul:
$x^{\frac{1}{\sqrt{1}+\sqrt{2}}}\cdot x^{\frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}}}\cdot\ldots\cdot x^{\frac{1}{\sqrt{1848}+\sqrt{1849}}}$ pentru $x=\sqrt{\sqrt[3]{2}}$;
2.

(4p) a) Dacă $\log_{72}48=a$ și $\log_6 24=b$ să se verifice egalitatea $a(b+3)-3b+1=0$;

(3p) b) Să se aducă la o formă mai simplă expresia:

$$\lg\frac{2^2}{1\cdot 3}+\lg\frac{3^2}{2\cdot 4}+\cdots+\lg\frac{99^2}{98\cdot 100}+\lg\frac{500}{99}\quad ;$$

3.

(4p) a) Fie $z_1, z_2\in\mathbf{C}$ astfel încât $|z_1|$=$|z_2|$=1.

Să se arate că $\frac{z_1+z_2}{1+z_1\cdot z_2}\in\mathbf{R}$, unde $1+z_1\cdot z_2\neq 0$;

(3p) b) Dacă $z+\frac{1}{z}$=2 $\cos x$, să se calculeze $z^n+\frac{1}{z^n}$, unde n∈**N**.

4.

(4p) a) Să se rezolve în **C** ecuația $z^4-(a+b)z^2+ab=0$, unde a,b ∈**C** ;

(3p) b) Dacă $|a|=|b|$ și $a\neq b$ demonstrați că soluțiile ecuației de mai sus sunt afixele vârfurilor unui dreptunghi.

Notă:

Toate subiectele sunt obligatorii. Fiecare subiect se notează cu note de la 0 la 7.

Timp de lucru 3 ore.

Subiectele au fost propuse şi selectate de către:

prof. Temian Gavril, Colegiul Economic “ Nicolae Titulescu”, Baia Mare

prof. Birta Adriana, Colegiul Tehnic” Anghel Saligny”, Baia Mare

SUCCES